**Приклади застосування класичного означення ймовірностей**

**В статистичній фізиці**

Розміщення частинок по ячейках (комірках)

В статистичній фізиці стан систем великого числа частинок характеризується положенням в фазовому просторі окремих частинок.

Весь фазовий простір розбивається на велике число частин (ячейок), і стани системи описуються розміщенням частинок по ячейках. В залежності від того, які розміщення вважаються рівноймовірними, отримують різні статистики. Іншими словами по різному обчислюються ймовірності різних подій, а отже якщо ці ймовірності відповідають реальності, то і спостережувані частоти подій будуть різними.

Нехай є  частинок і ячейок.

**Статистика Максвелла-Больцмана.** Вважаються рівноймовірними всі способи розміщення частинок по ячейках. При цьому частинки виступають як індивідуальні (вони розрізняються одна від одної). Число розміщень тут дорівнює .

В комбінаториці ці способи розміщення називають **розміщеннями з повтореннями,** їх кількість позначають

.

**Приклад.** В ліфт восьмиповерхового будинку увійшли 5 пасажирів. Скількома способами можуть вийти пасажири на кожному поверсі, починаючи з другого?

**Розв.** Задача зводиться до розподілу 5-и пасажирів по семи поверхам, причому можливі повторення (тобто декілька пасажирів можуть вийти на одному поверсі):

.

Статистика Максвелла-Больцмана може бути справедливою для макрооб’єктів. При переході до мікрооб’єктів припущення про розрізненість об’єктів виявилось неприроднім. Вперше на це звернув увагу А. Ейнштейн.

**Статистика Бозе-Ейнштейна.** Будемо вважати, що рівномірні стани системи, які визначаються набором чисел де − число частинок в *і* – й ячейці ( може обертатись в нуль, якщо в *і* – й ячейці немає частинок), .

Підрахуємо число можливих станів системи. Зручно кожному стану системи співставити послідовність із  нулів та одиниць за наступним правилом: пишемо  нулів, потім 1, нулів, потім 1 і т. д.,  нулів. Якщо де-небудь ідуть підряд дві одиниці, то відповідне  дорівнює нулю, тобто *і*-а ячейка пуста.

Нехай, наприклад,  Тоді послідовності 0100100001 відповідає такий розподіл по ячейках 1, 2, 4, 0.

Таким чином число станів системи дорівнює числу послідовностей із  нулів та -1 одиниць. А їх число дорівнює числу способів, якими можна із  елементів (чисел) вибрати -1 елемент (номери місць, на яких стоять 1):

 ().

В комбінаториці такі розміщення називають сполуками з повторенням, а їх кількість позначають

.

Статистикою Бозе-Ейнштейна описуються фотони, атомні ядра, що містять парну кількість протонів і нейтронів.

**Приклад.**  На фондовій біржі продають акції трьох підприємств А, В, С. Скількома способами можна придбати 10 акцій?

**Розв.** Число способів дорівнює  .

Для інших типів частинок (електрони, нейтрони, протони) використовують **статистику Фермі-Дірака**. В цьому випадку обов’язково  і можливі лише такі стани системи, при яких в кожній ячейці не більше однієї частинки (заборона Паулі). Всі такі стани вважаються рівноймовірними. Їх число дорівнює  . Для «розріджених» систем, для яких  мале, статистики Бозе-Ейнштейна і Фермі-Дірака практично співпадають. Те, що ці моделі добре пристосовані для описання такого типу частинок було підтверджено експериментально.

**Гіпергеометричний розподіл ймовірностей**

**Приклад.** Нехай є урна, що містить  куль, серед яких *М*  білих, а - *М*  чорних. Із урни виймають  куль. Яка ймовірність того, що серед них виявиться *m* білих?

**Розв.**

. (\*)

Систему ймовірностей (\*) називають гіпергеометричним розподілом ймовірностей. Цей розподіл відіграє, зокрема, важливу роль при статистичному контролі якості продукції.

При вибірковому контролі якості продукції перевіряється партія, що містить  виробів. Браковані вироби, що входять в цю партію, відіграють роль «білих куль». Їх число *М* невідоме.З цієї вибірки береться випадкова вибірка обсягом  , а потім визначається число бракованих виробів, що містяться в ній. Формула (\*) дозволяє зробити деякі висновки відносно найбільш правдоподібного значення *М*  .

**Означення ймовірності на просторі елементарних подій загального виду**

Розглянемо простір елементарних подій  загального виду. Нехай .

**Озн.** Систему  підмножин простору елементарних подій  називають **-алгеброю**, якщо виконуються наступні умови:

1) якщо  то і ;

2) якщо , то і .

Пара  називається вимірним простором, а **елементи -алгебри називаються випадковими подіями.**

**Аксіоматичне означення ймовірності (за А.Н. Колмогоровим)**

Нехай  − простір елементарних подій, ** − -**алгебра підмножин .

**Ймовірністю на  називають числову функцію , визначену на множинах із  , і яка володіє наступними властивостями:**

1)  для кожного ;

2) ;

3) якщо послідовність  випадкових подій така, що  при 

то

.

Трійку **,** де  − простір елементарних подій, ** −** деяка **-**алгебра подій, ** −** яка-небудь ймовірність, що задана на **,** називають ймовірнісним простором.

**Властивості ймовірності**

1) ;

2) **;**

3) якщо , то ;

4) якщо , то ;

5) ;

6) ;

7) .